

出題意図

生物個体間の相互作用ネットワークについて、ランダムネットワークとスケールフリーネットワークの違いを正しく把握し、ネットワーク構造が形作られる仕組みを理解しているかを問うことが問題の意図である。

解答例

(1) 平均 = $(n-1)p$

分散 = $(n-1)p(1-p)$

(2) ウ

(3) $k_i(t) = \sqrt{\frac{t}{t_i}}$

(4) ア

(5) 相互作用種数の分布を $q(k)$ とすると、相互作用数が k 以下の種数は、

$$n(t) \int_1^k q(k') dk'$$

となる。(3)の回答をもとに、相互作用数が k より小さい種数をもとめるために、まず時刻 t で相互作用数 k を持つ種が生態系に加入した時刻を $t_k = t/k^2$ として導出する。種数自体は $n(t) = n(0) + t$ によって増大していくが、十分に時間がたつと $n(t) \cong t$ と近似できる。そうすると、相互作用数が k より小さい生物種の総数は、時刻 t_k よりも後に発生したことになるので、 $t - t_k = t(1 - \frac{1}{k^2})$ となる。相互作用数が k 以下の種数は、

$$n(t) \int_1^k q(k') dk' \cong t \int_1^k q(k') dk' = t(1 - \frac{1}{k^2})$$

となる。上式を k で微分すると $q(k) = 2k^{-3}$ が得られる。従って $\gamma = 3$ 。