

問題番号 [ 1 9 ] < 数学 >

次の (1) から (3) に答えなさい。(計 50 点)

(1) 正弦関数  $x = \sin y$  の逆関数を  $y = \text{Sin}^{-1} x$  と表すことにする。ただし、 $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$  である。このとき、次の (a) から (c) に答えなさい。

(a)  $\frac{dx}{dy}$  を求めなさい。(5 点)

(b)  $\frac{dy}{dx}$  を  $x$  の関数として求めなさい。(5 点)

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{Sin}^{-1} x}{x}$  を求めなさい。(5 点)

(2) 常微分方程式

$$\frac{dy}{dx} = xy$$

を  $y$  について解きなさい。ただし、初期条件  $y(x=0) = 1$  を満たすとする。(10 点)

(3) 行列  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$  とする。このとき、次の (a) から (c) に答えなさい。

(a)  $A^2$  を求めなさい。(5 点)

(b)  $\sin x, \cos x$  を  $x = 0$  のまわりでそれぞれテーラー展開しなさい。(10 点)

(c)  $\exp(xA) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(xA)^j}{j!}$  は収束する。収束する行列を求めなさい。(10 点)